

CHUYÊN ĐỀ 2: CHỨNG MINH SONG SONG

1. Kiến thức cơ bản:

Các phương pháp chứng minh:

Phương pháp 1: Hai đường thẳng song song với nhau khi và chỉ khi chúng cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba.

Phương pháp 2: Dựng mối quan hệ giữa các góc: So le bằng nhau, đồng vị bằng nhau, trong cùng phía bằng nhau, ...

Phương pháp 3: Sử dụng định lý đảo của định lý Talét.

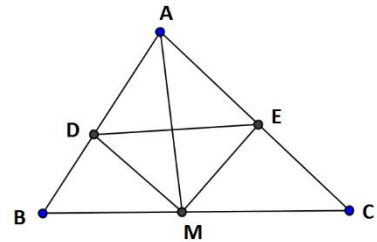
Định lý: Nếu một đường thẳng cắt hai cạnh của một tam giác và định ra trên hai cạnh này những đoạn thẳng tỷ lệ thì hai đường thẳng đó song song với cạnh còn lại của tam giác.

Phương pháp 4: Áp dụng tính chất của các tứ giác đặc biệt, đường trung bình của tam giác.

Phương pháp 5: Áp dụng tính chất hai dây chẵn giữa hai cung bằng nhau của đường tròn.

2. Bài tập áp dụng:

Bài tập 1: Cho tam giác ABC, trung tuyến AM, đường phân giác của góc AMB cắt cạnh AB tại D. Đường phân giác của góc AMC cắt cạnh AC ở E. Chứng minh rằng: $ED \parallel BC$.



Giải

Trong tam giác ABM có MD là phân giác của AMB nên, ta có:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{MA}{MB} \quad (1) \quad (\text{định lý})$$

Trong tam giác AMC có ME là phân giác của AMC nên, ta có:

$$\frac{AE}{EC} = \frac{MA}{MC} \quad (2) \quad (\text{định lý})$$

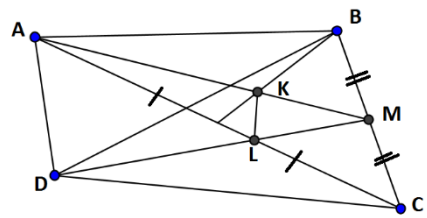
Vì $MB = MC$ (giả thiết).

Nên từ (1) và (2).

$$\text{Suy ra: } \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

Trong tam giác ABC có DE định ra 2 cạnh AB, AC những đoạn thẳng tỉ lệ nên $DE \parallel BC$

Bài tập 2: Cho tứ giác ABCD. Gọi K, L lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC và tam giác BCD. Chứng minh rằng $KL \parallel AD$.



Giải

Gọi M là trung điểm của BC.

Vì K là trọng tâm của $\triangle ABC$

nên $MK = \frac{1}{3}MA$ (tính chất trọng tâm của tam giác)

$$\text{hay } \frac{MK}{MA} = \frac{1}{3} \quad (1)$$

Và L là trọng tâm của tam giác BCD

nên $ML = \frac{1}{3}MD$ hay $\frac{ML}{MD} = \frac{1}{3} \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra $MK \parallel MD$

$$\frac{MK}{MA} = \frac{ML}{MD} \text{ nên } KL \parallel AD \text{ (định lý Talét đảo)}$$

Do trong tam giác AMD có KL định ra trên 2 cạnh MA, MD những đoạn thẳng tỷ lệ nên $KL \parallel AD$ (định lý Talét đảo).

Bài tập 3: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$), M là trung điểm của CD. Gọi I là giao điểm của AM và BD và K là giao điểm của BM và AC. Chứng minh rằng: $IK \parallel AB$.

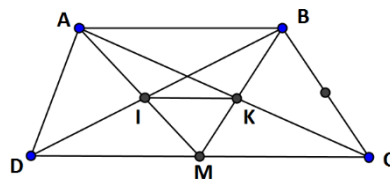
Giải

Ta có: $\frac{IM}{IA} = \frac{MD}{AB}$ (do $AB \parallel MD$ hay tam giác AIB \sim tam giác MID)

và (Do $AB \parallel MC$)

Mà $MD = MC$ (giả thiết)

$$\text{Nên: } \frac{IM}{IA} = \frac{KM}{KB}$$



Suy ra $IK \parallel AB$ (Điều phải chứng minh)

Vì trong tam giác AMB có IK định ra trên 2 cạnh MA, MB những đoạn thẳng tỷ lệ nên $IK \parallel AB$ (định lý Talét đảo).

3. Bài tập tự luyện:

Bài tập 1: Cho hình thang ABCD ($AB \parallel CD$, $AB < CD$). Kẻ $AK \parallel BC$, $AK \cap BD = E$; Kẻ $BI \parallel AD$;

$BI \cap AC = F$ ($K, I \in CD$). Chứng minh rằng: $EF \parallel AB$.

Bài tập 2: Cho tứ giác ABCD. Qua B, vẽ $Bx \parallel CD$ cắt AC tại E. Qua C vẽ $Cy \parallel BA$ cắt BD tại F.

Chứng minh rằng: $EF \parallel AD$.

Bài tập 3: Cho hình bình hành ABCD đường phân giác của góc BAD cắt BD tại M, đường phân giác của góc ADC cắt AC tại N. Chứng minh rằng: $MN \parallel AD$.

Bài tập 4: Cho tam giác ABC. Lấy điểm M tùy ý trên cạnh BC. Lấy N tùy ý trên cạnh AM. Đường thẳng $DE \parallel BC$ ($D \in AB, E \in AC$). Gọi P là giao điểm của DM và BN và Q là giao điểm của CN và EM.

Chứng minh rằng: $PQ \parallel BC$.

Bài tập 5: Tam giác cân ABC có $BA = BC = a$, $AC = b$. Đường phân giác góc A cắt BC tại M, đường phân giác của góc C cắt BA tại N. Chứng minh rằng: $MN \parallel AC$.

Bài tập 6: Cho đường tròn (O), điểm A nằm bên ngoài đường tròn. Kẻ các tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (M, N là các tiếp điểm). Vẽ đường kính NOC. Chứng minh rằng $AO \parallel MN$.

Th. S: Phạm Ngọc Tường

Facebook: www.facebook.com/2222hn